Вариант 89

1. $\xi(t) = A_1 e^t + A_2 e^{-t}$, где $A_1$ и $A_2$-независимы, $MA_1 = MA_2 = 0$, $D(A_1) = 2, D(A_2) = 4$. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию такого случайного процесса.

2. Для процесса $\xi(t)$ из задачи 1 определим с.в. $\eta_1 = \int_0^1 \xi(t)dt$, $\eta_2 = \int_0^2 \xi(t)dt$. Найти: $M\eta_1,\ M\eta_2,\ D(\eta_1),\ D(\eta_2),\ cov(\eta_1, \eta_2)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^1 e^t d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^1 e^{2t} d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \cos(t)\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Некоторый стрелок стреляет по мишени. В начале стрельбы вероятность попадания в цель равна 0.9. В дальнейшем, если он попал в предыдущий раз, то вероятность попадания остается равной 0.9, если промахнулся, то вероятность попадания понижается до 0.8.

Вычислить: 1) вероятность попадания в мишень при третьем выстреле,

2) вероятность попадания в мишень при очередном выстреле, когда уже произведено большое число выстрелов.

Вариант 90

1. Случайный процесс $\xi(t)$ имеет среднее 0 и корреляционную функцию $\cos(t-s)$. Найти корреляционную функцию для процесса $\eta(t) = \xi(t) + \xi'(t)$.

2. Доказать, что случайный процесс $\xi(t) = \cos(\omega t + \phi) + \sin(\omega t + \phi)$, где $\omega = const$, а $\phi$ имеет равномерное на $[0, 2\pi]$ распределение, является стационарным в широком смысле.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^1 t d\eta(t)$, $\xi_2 = \int_0^1 t^2 d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = -t\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.

Вариант 91

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $\xi(t) = W(t) + W(t+1)$, где $W(t)$-стандартный винеровский процесс.

2. Случайный процесс $\xi(t)$ имеет корреляционную функцию $K(t,s) = \cos(t-s)$. Найти корреляционную функцию для случайного процесса $\eta(t) = \xi''(t)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^\pi \cos t d\eta(t)$, $\xi_2 = \int_0^\pi \sin t d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \frac{1}{t+1}\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Покупатель, впервые приходящий в супермаркет, делает покупку с вероятностью 0.5. Если он уже был в этом супермаркете, то он делает покупку с вероятностью 0.7, если он что то купил в прошлый раз, и с вероятностью 0.4, если ничего не купил в прошлый раз.

Вычислить: 1) вероятность того, что при третьем посещении будет сделана покупка,

2) вероятность того, что будет сделана покупка покупателем давно посещающим этот супермаркет.

Вариант 92

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $\xi(t) = N(t+h) - N(h),\ t \geq 0,\ h > 0$, где $N(t)$-стандартный пуассоновский процесс.

2. Для случайного процесса из задачи 1 определим $\eta = \int_0^1 \xi(t)dt$. Найти: $M(\eta), D(\eta)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^{2\pi} t d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^{2\pi} \cos(t)\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \frac{1}{2}[e^t - e^{-t}]\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.

Вариант 93

1. $W(t), t \geq 0$ – стандартный винеровский процесс. Образуем случайную последовательность по правилу: $\xi_n = W(n) - W(n-1), n \geq 1$. Доказать, что это стационарная в широком смысле случайная последовательность.

2. Пусть $\eta = \int_0^{2\pi} \cos(t) dW(t)$, где $W(t), t \geq 0$ – стандартный винеровский процесс. Найти: $M(\eta), D(\eta)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^{\pi} t^2 d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^{\pi} \sin(t) d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \frac{1}{\sqrt{(t+1)}}\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Испытуемый может находиться в одном из двух состояний: нормальном и состоянии болезни. Первоначально оба состояния равновероятны. Если в прошлый раз он был болен, то сегодня он будет болен с вероятностью 0.8, если был в нормальном состоянии, то будет болен с вероятностью 0.2. Найти вероятность того, что

1) испытуемый будет болен при третьем осмотре,

2) испытуемый будет болен при 100-м осмотре.

Вариант 94

1. $\xi(t) = A_1e^t + A_2e^{-t}$, где $A_1$ и $A_2$-независимы, $MA_1 = MA_2 = 0$, $D(A_1) = 2, D(A_2) = 4$. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию такого случайного процесса.

2. Для процесса $\xi(t)$ из задачи 1 определим с.в. $\eta_1 = \int_0^1 \xi(t)dt$, $\eta_2 = \int_0^2 \xi(t)dt$. Найти: $M\eta_1,\ M\eta_2,\ D(\eta_1),\ D(\eta_2),\ cov(\eta_1, \eta_2)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^1 td\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^1 e^t d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = [\cos(t) + \sin(t)]\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.

Вариант 95

1. Случайный процесс $\xi(t)$ имеет среднее 0 и корреляционную функцию $\cos(t-s)$. Найти kорреляционную функцию для процесса $\eta(t) = \xi(t) + \xi'(t)$.

2. Доказать, что случайный процесс $\xi(t) = \cos(\omega t + \phi) + \sin(\omega t + \phi)$, где $\omega = const$, а $\phi$ имеет равномерное на $[0, 2\pi]$ распределение, является стационарным в широком смысле.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^1 e^t d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^1 e^{t/2} d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \frac{1}{(1+t^2)}\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. По каналу связи передаются 0 и 1. 1 появляется с вероятностью 0.9 после 1 и с вероятность 0.3 после 0. Первоначально 0 и 1 равновероятны. Найти вероятность того, что 1 появиться

1) в третьем измерении,

2) в 500-ом измерении.

Вариант 96

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $\xi(t) = W(t)+W(t+1)$, где $W(t)$-стандартный винеровский процесс.

2. Случайный процесс $\xi(t)$ имеет корреляционную функцию $K(t,s) = \cos(t-s)$. Найти корреляционную функцию для случайного процесса $\eta(t) = \xi''(t)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^\pi \cos t d\eta(t)$, $\xi_2 = \int_0^\pi \sin t d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \frac{1}{(1+t)^2}\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.

Вариант 97

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $\xi(t) = N(t+h) - N(h),\ t \geq 0,\ h > 0$, где $N(t)$-стандартный пуассоновский процесс.

2. Для случайного процесса из задачи 1 определим $\eta = \int_0^1 \xi(t)dt$. Найти: $M(\eta), D(\eta)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^\pi t d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^\pi \sin(t) d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \sqrt{t}\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. В некотором эксперименте испытуемый выбирает один из двух вариантов ответов. Первоначально он равновероятно выбирает правильный и неправильный ответы. Вероятность правильного ответа равна 0.7, если в предыдущий раз он ответил правильно, и 0.4, если неправильно. Найти вероятность того, что он ответит правильно

1) в третьем эксперименте,

2) после длительных тренировок.

Вариант 98

1. $N(t), t \geq 0$ – стандартный пуассоновский процесс. Образуем случайную последовательность по правилу: $\xi_n = N(n) - N(n-1), n \geq 1$. Доказать, что это стационарная в широком смысле случайная последовательность.

2. Пусть $\eta = \int_0^1 W(t)dt$, где $W(t), t \geq 0$ – стандартный винеровский процесс. Найти: $M(\eta), D(\eta)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^1 t d\eta(t)$, $\xi_2 = \int_0^1 t^3 d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = [\cos(t) - \sin(t)]\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.

**Вариант 99**

1. $\xi(t) = A_1 \cos t + A_2 \sin t$, где $A_1$ и $A_2$-независимы, $MA_1 = MA_2 = 0$, $D(A_1) = 2, D(A_2) = 4$. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию такого случайного процесса.

2. Для процесса $\xi(t)$ из задачи 1 определим с.в. $\eta_1 = \int_0^{\pi/2} \xi(t)dt$, $\eta_2 = \int_0^{\pi} \xi(t)dt$. Найти: $M\eta_1,\ M\eta_2,\ D(\eta_1),\ D(\eta_2),\ cov(\eta_1, \eta_2)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^{\pi} \sin t d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^{\pi} \cos t d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \sin(t)\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Некоторый стрелок стреляет по мишени. В начале стрельбы вероятность попадания в цель равна 0.8. В дальнейшем, если он попал в предыдущий раз, то вероятность попадания остается равной 0.8, если промахнулся, то вероятность попадания понижается до 0.6.

Вычислить: 1) вероятность попадания в мишень при третьем выстреле,

2) вероятность попадания в мишень при очередном выстреле, когда уже произведено большое число выстрелов.

**Вариант 100**

1. Случайный процесс $\xi(t)$ имеет среднее 0 и корреляционную функцию $\cos^2(t-s)$. Найти kорреляционную функцию для процесса $\eta(t) = \xi(t) + \xi'(t)$.

2. Доказать, что случайный процесс $\xi(t) = A_1 \cos t + A_2 \sin t$, где $A_1$ и $A_2$ некоррелированы, имеют нулевые средние и равные 1 дисперсии, является стационарным в широком смысле.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^1 t^2 d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^1 t^3 d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = -t^2\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.

**Вариант 101**

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $\xi(t) = W(t) + W(2t)$, где $W(t)$-стандартный винеровский процесс.

2. Случайный процесс $\xi(t)$ имеет корреляционную функцию $K(t, s) = \cos^2(t - s)$. Найти корреляционную функцию для случайного процесса $\eta(t) = \xi''(t)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^{\pi/2} \cos t d\eta(t)$, $\xi_2 = \int_0^{\pi/2} \sin t d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \frac{1}{t+2}\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Покупатель, впервые приходящий в супермаркет, делает покупку с вероятностью 0.5. Если он уже был в этом супермаркете, то он делает покупку с вероятностью 0.7, если он что то купил в прошлый раз, и с вероятностью 0.4, если ничего не купил в прошлый раз.

Вычислить: 1) вероятность того, что при третьем посещении будет сделана покупка,

2) вероятность того, что будет сделана покупка покупателем давно посещающим этот супермаркет.

**Вариант 102**

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $\xi(t) = N(3t) - N(2t)$, $t \geq 0$, где $N(t)$-стандартный пуассоновский процесс.

2. Для случайного процесса из задачи 1 определим $\eta = \int_0^1 \xi(t)dt$. Найти: $M(\eta), D(\eta)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^{2\pi} t d\eta(t)$, $\xi_2 = \int_0^{2\pi}(1+\cos(t))\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \frac{1}{2}[\cos t + \sin t]\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.

Вариант 103

1. $W(t), t \geq 0$ – стандартный винеровский процесс. Образуем случайную последовательность по правилу: $\xi_n = W(2n+2) - W(2n), n \geq 0$. Доказать, что это стационарная в широком смысле случайная последовательность.

2. Пусть $\eta = \int_0^{2\pi} \sin(t) dW(t)$, где $W(t), t \geq 0$ – стандартный винеровский процесс. Найти: $M(\eta), D(\eta)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^{\pi} t d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^{\pi} \cos(t) d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = -t \cdot \xi(t) dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Испытуемый может находиться в одном из двух состояний: нормальном и состоянии болезни. Первоначально оба состояния равновероятны. Если в прошлый раз он был болен, то сегодня он будет болен с вероятностью 0.8, если был в нормальном состоянии, то будет болен с вероятностью 0.2. Найти вероятность того, что

1) испытуемый будет болен при третьем осмотре,

2) испытуемый будет болен при 100-м осмотре.

Вариант 104

1. $\xi(t) = A_1 \cos 2t + A_2 \sin 2t$, где $A_1$ и $A_2$-независимы, $MA_1 = MA_2 = 0$, $D(A_1) = 1, D(A_2) = 3$. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию такого случайного процесса.

2. Для процесса $\xi(t)$ из задачи 1 определим с.в. $\eta_1 = \int_0^{\pi} \xi(t)dt$, $\eta_2 = \int_0^{2\pi} \xi(t)dt$. Найти: $M\eta_1,\ M\eta_2,\ D(\eta_1),\ D(\eta_2),\ cov(\eta_1, \eta_2)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^1 t^2 d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^1 t^4 d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \cos(t)\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.

Вариант 105

1. Случайный процесс $\xi(t)$ имеет среднее 0 и корреляционную функцию $\cos 2 \cdot (t-s)$. Найти корреляционную функцию для процесса $\eta(t) = \xi(t) + \xi'(t)$.

2. Доказать, что случайный процесс $\xi(t) = \cos(\omega t + \phi)$, где $\omega = const$, а $\phi$ имеет равномерное на $[0, 2\pi]$ распределение, является стационарным в широком смысле.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^1 e^{2t} d\eta(t)$, $\xi_2 = \int_0^1 e^{3t} d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = -t^2 \xi(t) dt + d\eta(t), \ t \geq 0 \ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0 \ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. По каналу связи передаются 0 и 1. 1 появляется с вероятностью 0.9 после 1 и с вероятность 0.3 после 0. Первоначально 0 и 1 равновероятны. Найти вероятность того, что 1 появиться

1) в третьем измерении,

2) в 500-ом измерении.

Вариант 106

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $\xi(t) = 2 \cdot W(t) + 3 \cdot W(t+1)$, где $W(t)$-стандартный винеровский процесс.

2. Случайный процесс $\xi(t)$ имеет корреляционную функцию $K(t,s) = \cos 4 \cdot (t-s)$. Найти корреляционную функцию для случайного процесса $\eta(t) = \xi''(t)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^{\pi/2} \cos 2t d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^{\pi/2} \sin 2t d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \cos t \xi(t) dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} -4 & 4 \\ 3 & -3 \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.

Вариант 107

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $\xi(t) = N(5 \cdot t + h) - N(h),\ t \geq 0,\ h > 0$, где $N(t)$-стандартный пуассоновский процесс.

2. Для случайного процесса из задачи 1 определим $\eta = \int_0^1 \xi(t)dt$. Найти: $M(\eta), D(\eta)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^\pi t d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^\pi \cos(2t) d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = -e^t \xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. В некотором эксперименте испытуемый выбирает один из двух вариантов ответов. Первоначально он равновероятно выбирает правильный и неправильный ответы. Вероятность правильного ответа равна 0.7, если в предыдущий раз он ответил правильно, и 0.4, если неправильно. Найти вероятность того, что он ответит правильно

1) в третьем эксперименте,

2) после длительных тренировок.

Вариант 108

1. $N(t), t \geq 0$ – стандартный пуассоновский процесс. Образуем случайную последовательность по правилу: $\xi_n = N(2 \cdot n + 2) - N(2 \cdot n), n \geq 0$. Доказать, что это стационарная в широком смысле случайная последовательность.

2. Пусть $\eta = \int_0^1 2 \cdot W(2t)dt$, где $W(t), t \geq 0$ – стандартный винеровский процесс. Найти: $M(\eta), D(\eta)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^1 t^3 d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^1 t^4 d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = -\sin(t)\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.

## Вариант 109

1. $\xi(t) = A_1 \cos(t/20 + A_2 \sin(t/2)$, где $A_1$ и $A_2$-независимы, $MA_1 = MA_2 = 0$, $D(A_1) = 2, D(A_2) = 4$. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию такого случайного процесса.

2. Для процесса $\xi(t)$ из задачи 1 определим с.в. $\eta_1 = \int_0^\pi \xi(t)dt$, $\eta_2 = \int_0^{2\pi} \xi(t)dt$. Найти: $M\eta_1,\ M\eta_2,\ D(\eta_1),\ D(\eta_2),\ cov(\eta_1, \eta_2)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^\pi \sin(t/2)d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^\pi \cos(t/2)d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = e^{2t}\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Некоторый стрелок стреляет по мишени. В начале стрельбы вероятность попадания в цель равна 0.8. В дальнейшем, если он попал в предыдущий раз, то вероятность попадания остается равной 0.8, если промахнулся, то вероятность попадания понижается до 0.6.

Вычислить: 1) вероятность попадания в мишень при третьем выстреле,

2) вероятность попадания в мишень при очередном выстреле, когда уже произведено большое число выстрелов.

## Вариант 110

1. Случайный процесс $\xi(t)$ имеет среднее 0 и корреляционную функцию $\cos 2(t-s)$. Найти корреляционную функцию для процесса $\eta(t) = \xi(t) + \xi'(t)$.

2. Доказать, что случайный процесс $\xi(t) = A_1 \cos 2t + A_2 \sin 2t$, где $A_1$ и $A_2$ некоррелированы, имеют нулевые средние и равные 1 дисперсии, является стационарным в широком смысле.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^1 e^t d\eta(t)$, $\xi_2 = \int_0^1 e^{2t} d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = -t^4 \xi(t) dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} -5 & 5 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.

## Вариант 111

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $\xi(t) = W(2t) - W(t)$, где $W(t)$-стандартный винеровский процесс.

2. Случайный процесс $\xi(t)$ имеет корреляционную функцию $K(t,s) = \cos^2(t-s)$. Найти корреляционную функцию для случайного процесса $\eta(t) = \xi'(t)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^{\pi/2} \cos 2t d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^{\pi/2} \sin 2t d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \frac{1}{t+2}\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Покупатель, впервые приходящий в супермаркет, делает покупку с вероятностью 0.5. Если он уже был в этом супермаркете, то он делает покупку с вероятностью 0.7, если он что то купил в прошлый раз, и с вероятностью 0.4, если ничего не купил в прошлый раз.

Вычислить: 1) вероятность того, что при третьем посещении будет сделана покупка,

2) вероятность того, что будет сделана покупка покупателем давно посещающим этот супермаркет.

## Вариант 112

1. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию случайного процесса $\xi(t) = N(3t+1) - N(3t),\ t \geq 0$, где $N(t)$-стандартный пуассоновский процесс.

2. Для случайного процесса из задачи 1 определим $\eta = \int_0^1 \xi(t)dt$. Найти: $M(\eta), D(\eta)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^{2\pi}(1+t)d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^{2\pi}\cos(t)\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \frac{1}{2}[\cos 2t + \sin 2t]\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} \text{-2} & 2 \\ 3 & \text{-6} \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.

Вариант 113

1. $W(t), t \geq 0$ – стандартный винеровский процесс. Образуем случайную последовательность по правилу: $\xi_n = W(2n+1) - W(2n-1), n \geq 1$. Доказать, что это стационарная в широком смысле случайная последовательность.

2. Пусть $\eta = \int_0^{2\pi} \sin(t/2) dW(t)$, где $W(t), t \geq 0$ – стандартный винеровский процесс. Найти: $M(\eta), D(\eta)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^{\pi} t d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^{\pi} \sin(t) d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = e^{-t} \cdot \xi(t) dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Испытуемый может находиться в одном из двух состояний: нормальном и состоянии болезни. Первоначально оба состояния равновероятны. Если в прошлый раз он был болен, то сегодня он будет болен с вероятностью 0.8, если был в нормальном состоянии, то будет болен с вероятностью 0.2. Найти вероятность того, что

1) испытуемый будет болен при третьем осмотре,

2) испытуемый будет болен при 100-м осмотре.

Вариант 114

1. $\xi(t) = A_1 \cos 4t + A_2 \sin 4t$, где $A_1$ и $A_2$-независимы, $MA_1 = MA_2 = 0$, $D(A_1) = 1, D(A_2) = 3$. Найти математическое ожидание, дисперсию и корреляционную функцию такого случайного процесса.

2. Для процесса $\xi(t)$ из задачи 1 определим с.в. $\eta_1 = \int_0^{\pi/2} \xi(t)dt$, $\eta_2 = \int_0^{\pi/4} \xi(t)dt$. Найти: $M\eta_1,\ M\eta_2,\ D(\eta_1),\ D(\eta_2),\ cov(\eta_1, \eta_2)$.

3. $d\eta(t)$-стандартный белый шум, $\xi_1 = \int_0^1 t^2 d\eta(t),\ \xi_2 = \int_0^1 t^3 d\eta(t)$. Найти $cov(\xi_1, \xi_2)$.

4. Случайный процесс $\xi(t)$ удовлетворяет стохастическому дифференциальному уравнению

$$d\xi(t) = \cos(2t)\xi(t)dt + d\eta(t),\ t \geq 0\ ,$$

$$\xi(0) = \xi_0\ .$$

Найти общий вид решения этого уравнения.

5. Пусть цепь Маркова с непрерывным временем имеет два состояния и следующую матрицу интенсивностей перехода

$$\begin{pmatrix} -7 & 7 \\ 5 & -5 \end{pmatrix}$$

Используя уравнения Колмогорова, найти вероятности перехода $P_{ij}(t), t \geq 0$.